ACOTAR LA SUMA DE UNA SERIE

Mª Ángeles Rincón Ortega
ETSII

Enunciado

- Acotar el valor de la suma de la serie convergente $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}$

Solución (1/4)-Criterio integral

La función $f(x) = e^{-\sqrt{x}} = \dfrac{1}{e^{\sqrt{x}}} \quad \forall x \in [0, \infty)$ es

El criterio integral asegura

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} \qquad \Leftrightarrow \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

Solución(2/4)-Relación integral/serie

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx \leqslant \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} \leqslant \qquad + \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

Solución (3/4)-Resolver la integral

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}}dx = 2\int_0^{\infty} te^{-t}dt$$

Res.-Acotar la suma de una serie

Solución (4/4)

Sustituimos en

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}}dx \leqslant \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} \leqslant f(0) + \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}}dx$$

$$\leqslant \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} \leqslant$$

Luego

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} \in [\quad , \quad]$$